2°) a°) On a la réduction :

$(\mathscr{S}) : x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0 \Leftrightarrow (\mathscr{S}) : (x-1)^2-1+y^2+(z-1)^2-1+1=0$

$\Leftrightarrow (\mathscr{S}) : (x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$

On en déduit que l'ensemble $(\mathscr{S})$ est une sphère de centre $I(1,0,1)$ et de rayon $R=1$.

Note : Méthode alternative acceptable : Formule $h=\frac{a^2+b^2+c^2}{4}-d$ ... .

2°) b°) Il suffit de montrer que les trois points A , B et C appartiennent à la sphère $(\mathscr{S})$.

On a $(1-1)^2+0^2+(0-1)^2=1$, d'où $A\in(\mathscr{S})$.

On a $(0-1)^2+0^2+(1-1)^2=1$, d'où $B\in(\mathscr{S})$.

On a $(1-1)^2+(-1)^2+(1-1)^2=1$, d'où $C\in(\mathscr{S})$.

Note : Méthode alternative acceptable :

Calcul de distances ... puis le reste ... : $d=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $r=\sqrt{\frac{2}{3}}$, $d<r$, $H\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$, $AH=BH=CH$, ...

3°) a°) Le vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ étant précédemment déterminé, on utilise la formule :

$\mathscr{V}(IABC)=\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AI}.(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC})\right|$.

Le calcul $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ ainsi que le calcul du produit scalaire donne $\mathscr{V}(IABC)=\frac{1}{6}$ (*uv*)

3°) b°) Pour tout $\alpha\in\mathbb{R}$, on a : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}\alpha-1\\0\\2-\alpha\end{pmatrix}$ et

$\mathscr{V}(MABC)=\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AM}.(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC})\right|=\frac{1}{6}\left|(\alpha-1).1+0.1+(2-\alpha).1\right|=\frac{1}{6}$ indépendant de α

Note : La valeur de cette constante n'est pas exigée , en effet :

Méthode alternative 2 acceptable : parallélisme donc hauteur constante donc volume constant .

Corrigé d'exercice N°4 : 2014 pr

1) a) $M(x,y,z)\in S\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=8$ donc S est une sphère de centre O et de rayon $R=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

b) $d(O,P)=\frac{6}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}<2\sqrt{2}$ donc P coupe S suivant un cercle de rayon

$r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{8-6}=\sqrt{2}$ et de centre I le projeté orthogonal de O sur P.

Soit D la droite perpendiculaire à P passant par O donc $D:\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=t\end{cases},t\in\mathbb{R}$

$I(x,y,z)\in D\cap P\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=t\\x+2y+z-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=t\\6t-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\x=1\\y=2\\z=1\end{cases}$, il en résulte que $I(1,2,1)$.

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn

Librairie Devoir.TN
53 04 42 33 | 99 06 27 69